

# CIGI QUALITA MOSIM 2023

## Modèle de conception de réseau d'approvisionnement symbiotique multiniveaux pour la production de bioéthanol de 2<sup>ème</sup> génération

HOUSSEM BOUAZIZI<sup>1</sup>, MAHA BENALI<sup>1</sup>, JEAN-MARC FRAYRET<sup>1</sup>, RIM LARBI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GENIE INDUSTRIEL, POLYTECHNIQUE MONTREAL  
H3T 1J4, MONTREAL, CANADA

<sup>2</sup> UNIVERSITE DE CARTHAGE, ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE CARTHAGE, UR-OASIS-ENIT, TUNIS,  
TUNISIE

[houssem.bouazizi@polymtl.ca](mailto:houssem.bouazizi@polymtl.ca); [maha.benali@polymtl.ca](mailto:maha.benali@polymtl.ca); [jean-marc.frayret@polymtl.ca](mailto:jean-marc.frayret@polymtl.ca);  
[larbirim@gmail.com](mailto:larbirim@gmail.com)

---

**Résumé** – Cet article est motivé par un cas réel et propose un modèle multiniveaux et multi périodes de conception d'un réseau symbiotique de production de bioéthanol de 2<sup>ème</sup> génération dans la province du Québec. Ce modèle est basé sur le jeu de Stackelberg à quatre intervenants et constitue un outil d'aide à la décision qui permet de déterminer le nombre, la capacité et la localisation de dépôts de traitement de la biomasse. Il permet aussi de déterminer les prix d'achat, le niveau d'approvisionnement de biomasse (résidu de maïs fourni par les agriculteurs), ainsi que les prix de vente et les niveaux de production d'un produit principal et d'un coproduit.

**Abstract** – This paper is motivated by a real case and proposes a multi-level and multi-period model for the design of a symbiotic network for 2nd generation bioethanol production in the province of Quebec. This model is based on the four-stakeholder Stackelberg game and is a decision support tool to determine the number, capacity and location of biomass processing depots. It also allows for the determination of purchase prices, biomass supply levels (corn residue supplied by farmers), and sales prices and production levels of the main product and a co-product.

**Mots clés** - Réseau symbiotique de production de bioéthanol, Bioéthanol de 2<sup>ème</sup> génération, Théorie des jeux, Jeu de Stackelberg, Chaîne d'approvisionnement multiniveaux.

**Keywords** – Symbiotic bioethanol production network, Second generation bioethanol, Game theory, Stackelberg game, Multi-level supply chain.

---

### 1 INTRODUCTION

L'utilisation massive des carburants fossiles a des conséquences néfastes sur le réchauffement climatique et engendre de plus en plus des tensions géopolitiques à l'échelle mondiale. Pour cette raison, plusieurs pays ont choisi de faire la transition vers l'utilisation des biocarburants comme alternative aux carburants fossiles qui promet d'avoir de très bon retour sur investissement énergétique [Hall et al., 2011]. Un des enjeux significatifs de la production de bioéthanol concerne l'approvisionnement en matière première et la logistique [Ghaderiet et al., 2016].

Afin de répondre à la demande Québécoise croissante en bioéthanol, une opportunité d'affaires consiste à utiliser des résidus agricoles de maïs. Cependant, cela engendre des défis de prévision de la disponibilité et de la qualité de cette matière première [Maillé et Frayret, 2016]. Pour une entreprise de production de bioéthanol, l'externalisation de la gestion des approvisionnements permet d'optimiser la logistique, les coûts de transaction associés aux négociations avec les agriculteurs, ainsi que les coûts associés à la vente des co-produits comme les hémicelluloses et la lignine destinés à l'élevage porcin.

Cet article a pour objectif de proposer un outil de planification stratégique et tactique d'un tel réseau symbiotique, et ceci, du point de vue de l'entreprise qui gère les dépôts.

Pour ce faire, nous proposons un modèle multiniveaux et multipériodes dont chaque niveau représente un participant du réseau d'approvisionnement symbiotique. Dans le cadre d'un jeu de Stackelberg, chaque joueur suiveur joue sa stratégie en considérant les décisions du leader, les données des marchés des produits et coproduits, et ce en tenant compte d'autres paramètres comme la demande et les distances séparant les joueurs.

L'article est structuré comme suit : La section 2 présente une brève analyse de la littérature sur les modèles multiniveaux et les réseaux d'approvisionnement symbiotiques. La section 3 décrit le problème de conception du réseau et les hypothèses de modèle. La reformulation mathématique de ce dernier est présentée à la section 4. L'étude de cas et les résultats sont dévoilés et analysés à la section 5 et finalement, la section 6 présente la conclusion, ainsi que les recommandations.

### 2 REVUE DE LITTÉRATURE ET CONTRIBUTION DE L'ARTICLE

Cette section introduit les chaînes d'approvisionnement et de production de bioéthanol, et présente certaines notions de symbioses industrielles. Ensuite, une brève analyse des modèles multiniveaux est présentée.

## 2.1 Conception et planification des chaînes d'approvisionnement et de production de bioéthanol

Le problème de conception de réseau d'approvisionnement étudié dans cet article est particulier puisqu'il considère non-seulement les produits à acheminer vers l'usine de production principale de bioéthanol (soit le sucre cellulosique), mais aussi des coproduits issus des extrants résiduels de la production du sucre (soit en majorité de l'hémicellulose et de la lignine qui sont considérées comme des fibres alimentaires pouvant être utilisées par la filière porcine).

Dans ce qui suit, plusieurs travaux traitant les problèmes de planification des chaînes d'approvisionnement dans le cadre de symbiose industrielle sont présentés.

### 2.1.1 Conception et planification des chaînes d'approvisionnement de production de bioéthanol de 2<sup>ème</sup> génération

Il existe dans la littérature plusieurs méthodes servant à déterminer la conception optimale d'une chaîne d'approvisionnement dans l'industrie des biocarburants de 2<sup>ème</sup> génération. Murillo-Alvaredo et al., [2015] proposent un modèle multiobjectifs qui vise à maximiser la valeur actuelle nette du réseau, ainsi que la performance environnementale du réseau dans le cadre de la transformation des sous-produits de l'industrie de la tequila. Le modèle proposé a pour objectif de déterminer la localisation, la capacité des usines de moulage, ainsi que le choix du moyen de transport pour les différents produits. De manière similaire, Zhang et Jiang, [2017] proposent un modèle linéaire mixte robuste multiobjectifs (économiques, environnementaux et sociaux) avec une source de stochasticité (prix du biodiesel) afin de concevoir la chaîne d'approvisionnement de production du biodiesel à partir d'huile de cuisson. La conception consiste à déterminer de façon optimale la localisation, la taille, le nombre de bioraffineries, ainsi que les sites d'approvisionnement en huile usée. Les auteurs ont aussi déterminé le plan de transport à adopter pour leur cas d'étude, ainsi que la quantité d'approvisionnement en huile. On retrouve aussi les travaux de Mousavi et al., [2020], où les auteurs proposent un modèle linéaire mixte qui permet de déterminer la localisation, la capacité, le choix de technologie, ainsi que des variables secondaires incluant le mode de transport, le niveau de stock, ainsi que les niveaux de production et d'import de bioéthanol. Le modèle proposé considère plusieurs types de biomasse, tels que la canne à sucre et les résidus de maïs et de bois. Afin d'assurer la résilience de cette chaîne, les auteurs ont eu recours à une approche de programmation hybride robuste stochastique-possibiliste. Pour une étude plus poussée du sujet, le lecteur est invité à lire [Mottaghi et al., 2022].

### 2.1.2 Symbioses industrielles et réseaux d'approvisionnement symbiotiques [Turken et Geda, 2020]

Les symbioses industrielles sont des approches coopératives utilisées à travers plusieurs industries visant, entre autres, à réutiliser les résidus et les sous-produits industriels comme source alternative de matière. Les sous-produits sont issus de la production d'un produit principal. Ils sont souvent considérés comme des résidus, alors que les coproduits sont considérés comme des produits à part entière, souvent de moindre valeur.

Les symbioses industrielles sont des réseaux, généralement locaux, d'entreprises industrielles échangeant des sous-produits et des résidus industriels. Elles dépassent la plupart du temps la notion de réseau d'approvisionnement dans la mesure où ces relations opportunistiques sont souvent conçues (pas toujours)

dans un contexte diadic. [Turken et Geda, 2020] Cependant, une symbiose industrielle peut aussi être conçue dans un contexte systémique optimisant de manière simultanée la complémentarité de plusieurs acteurs autour de la production d'un produit ou d'une famille de produits particuliers. C'est ce que nous appelons un réseau d'approvisionnement symbiotique. [Boons et al., 2017]

Babazadeh et al., [2017] ont étudié un réseau de production de biodiesel dont la glycérine est un co-produit, à partir de *Jatropha curcas* et d'huile de cuisson usée. Comme dans le cas étudié dans cet article, ce réseau d'approvisionnement symbiotique est décentralisé. Autrement dit, l'approvisionnement de la biomasse est fait à travers divers centres de collecte et d'extraction. Leur modèle est multiobjectifs (minimisation du coût total et des impacts environnementaux). De plus, ce modèle est possibiliste et traite de l'incertitude de l'approvisionnement en biomasse et de la demande de biodiesel et de glycérine. Les auteurs ont adopté la méthode de  $\epsilon$ -constraint afin de résoudre le modèle et de trouver des solutions réalistes. De manière similaire, Li et al., [2021] proposent une nouvelle structure de symbiose industrielle qui permet de produire simultanément des bio-carburants de 2<sup>ème</sup> et de 3<sup>ème</sup> génération. Cette structure est basée sur une formulation mathématique des différents coûts, ainsi que des impacts environnementaux des flux dans le réseau. La symbiose industrielle permet de produire du bioéthanol à partir de biomasse en utilisant de l'électricité générée à partir du biogaz fabriqué par des déchets organiques des bioraffineries de bioéthanol. De plus, des installations de fabrication de biodiesel à partir d'algues microscopiques font aussi partie de cette symbiose industrielle et ce en utilisant le CO<sub>2</sub> et les eaux usées des bioraffineries. Les auteurs aboutissent à une solution coopérative viable économiquement et comparent leur solution avec des scénarios de réseaux non coopératifs.

La prochaine section présente un rapide survol des modèles multiniveaux et leurs méthodes de résolution.

## 2.2 Modèles multiniveaux

Les modèles multiniveaux d'optimisation sont très répandus, et cela, dans divers secteurs d'activités. Ces derniers permettent de représenter une hiérarchie Leader-Suiveur fréquente dans plusieurs secteurs. Face à un problème de conception des chaînes d'approvisionnements et de production des biocarburants, les modèles multiniveaux sont les mieux adaptés. En effet, ces réseaux étant généralement décentralisés et impliquant plusieurs intervenants, les modèles multiniveaux permettent de concrétiser et de mettre en relief l'objectif et l'utilité de chaque participant. Dans ce sens, Yue et You, [2014] proposent un modèle mono-période de théorie des jeux (jeu de Stackelberg) pour la conception des chaînes d'approvisionnement et de production de bioéthanol de 2<sup>e</sup> génération. Ce modèle considère le problème de définition des prix (*pricing*) des produits sous l'équilibre de marchés fictifs. Les auteurs proposent une méthode de résolution globale qui permet de réduire le temps de résolution par rapport aux solveurs commerciaux tels que BARON et SCIP, tout en atteignant la solution optimale. De la même manière, Haque et al., [2020] proposent un modèle biniveaux à trois joueurs, qui inclue les producteurs, les distributeurs, et les détaillants, mais dans lequel le modèle se focalise sur deux joueurs à la fois. Dans un premier temps, le modèle se concentre sur un premier problème d'optimisation dont le leader est le producteur et le distributeur est le suiveur. Dans un second problème, le modèle se concentre sur le distributeur en tant que leader et le détaillant comme suiveur. L'approche proposée prend aussi en

considération une stratégie de réduction des émissions de carbone liées au transport des produits.

La résolution des problèmes d'optimisation biniveaux et multiniveaux se fait en général par deux familles d'approches, soit les approches dites classiques ou les approches dites évolutionnistes [Sinha et al., 2017].

### 2.2.1 Approches classiques

La majorité des approches classiques ont été appliquées sur des modèles linéaires biniveaux. Le point faible commun pour ces approches est le fait qu'elles ne permettent pas de résoudre efficacement les problèmes de grande taille. [Sinha et al., 2017] Parmi ces méthodes, on peut citer les suivantes :

Réduction à un seul niveau : cette méthode utilise les conditions d'optimalité de KKT (Karush-Kuhn-Tucker). L'application de ce principe nécessite que le niveau inférieur du problème soit convexe (condition nécessaire, mais pas suffisante : une condition de régularité de ce niveau est requise), sans quoi le modèle obtenu suite à la transformation diverge et n'a pas de solution optimale. Etant donné la condition de convexité du niveau inférieur, l'idée est de remplacer ce dernier par les conditions d'optimalité adéquates. A la fin de la transformation, on obtient un modèle à un niveau que l'on appelle modèle mathématique à contraintes d'équilibre. Ce dernier est alors résolu par les approches classiques de résolution.

Fonction de pénalité : cette méthode est similaire à la première, mais à laquelle on ajoute une pénalité. La pénalité pourrait être soit associée aux deux niveaux du modèle avant d'appliquer la reformulation KKT [shizuka.Yo et Aiyoshi, 1992], soit ajoutée uniquement à la condition de complémentarité générée par l'approche KKT [Wang et al., 2007].

### 2.2.2 Approches évolutionnistes

Parmi ces méthodes, on retrouve les suivantes :

Méthodes imbriquées : ces méthodes énumèrent chaque solution du niveau supérieur afin de déterminer les solutions du niveau inférieur. L'imbrication concerne les algorithmes utilisés pour résoudre chaque niveau [Sinha et al., 2017]. Pittard et al., [1994] ont pu résoudre le niveau supérieur avec un algorithme génétique, et le niveau inférieur par une méthode classique de résolution des programmes linéaires. [Yu et al., 2006] ont utilisé la méthode des points intérieurs pour résoudre le niveau inférieur, et ceci, après avoir utilisé une méthode basée sur l'évolution différentielle pour déterminer les solutions du niveau supérieur.

Réduction en un seul niveau : comme indiqué dans la section des approches classiques, la version classique de cette méthode exige que le niveau inférieur du problème soit convexe et subit certaines régularités. Une régularité signifie que la fonction objectif et les contraintes sont définies d'une façon consistante et comme exemple de régularité on pourra parler des fonctions objectifs lisses. Cette approche a pu être généralisée quelque soit le problème biniveaux [Sinha et al., 2017]. Par exemple, Jahanshahloo et al., [2002] ont résolu le programme mathématique à contraintes d'équilibre obtenu suite à la reformulation KKT, en utilisant un algorithme génétique dont les chromosomes comportent le sommet du polyèdre des solutions.

## 2.3 Contribution de l'article

Les modèles de théorie des jeux pour la conception des chaînes d'approvisionnement et de production des biocarburants sont de plus en plus utilisés dans la littérature. Cependant, à notre

connaissance, aucune étude ne s'est penchée sur le développement d'un modèle multiniveaux et multi périodes de conception d'un réseau réel d'approvisionnement symbiotique de production de bioéthanol de 2<sup>ème</sup> génération. De plus, aucune des études proposant des modèles d'optimisation multiniveaux n'a considéré la production des coproduits lors de la conception de la chaîne d'approvisionnement.

## 3 PROBLEMATIQUE

Cette étude est motivée par le besoin dans la province de Québec de concevoir un réseau d'approvisionnement symbiotique non-coopératif de production de bioéthanol de 2<sup>e</sup> génération. Autrement dit, la conception est faite du point de vue des dépôts de traitement de biomasse et de transformation de coproduits agricoles issus des extrants résiduels de la production des sucres cellulosiques. Les parties prenantes de ce réseau sont :

- L'ensemble d'agriculteurs fournisseurs du résidu de maïs ;
- Les dépôts pour l'entreposage et le traitement du résidu de maïs ;
- Les bioraffineries acheteurs du sucre cellulosique ;
- L'ensemble des fermes d'élevage porcin acheteurs du coproduit.

Dans ce problème de conception, seuls les dépôts sont les entités qui seront contrôlées de façon centralisée. Les agriculteurs et les fermes d'élevage porcin, de leur part, prennent leur décision de participer ou non au réseau d'approvisionnement de manière autonome et indépendante. C'est pour cela que le jeu considéré ici est non-coopératif (jeu de Stackelberg). En effet, ce jeu a un seul leader et, potentiellement, plusieurs suiveurs. Le leader (soit l'acteur qui gère les dépôts) détermine, pour un horizon prédéfini, la localisation, la capacité, le nombre des dépôts, le niveau de production de sucre cellulosique (et ainsi d'aliment de porc), ainsi que la quantité d'approvisionnement de biomasse. De plus, en considérant l'existence des marchés pour les différents produits, le leader détermine aussi, pour chaque année, les prix des différents produits entrants ou sortants de ses dépôts. Les suiveurs dans ce jeu sont donc :

- Les agriculteurs : ils déterminent la quantité de biomasse à vendre à chaque année aux dépôts et ce en maximisant leurs propres profits ;
- Les fermes d'élevage porcin : elles déterminent la quantité d'aliment de porc à acheter à chaque année ;
- Les bioraffineries : elles planifient la quantité de sucre cellulosique à acheter à chaque année aux dépôts.

Dans ce qui suit, nous adapterons les hypothèses suivantes :

- Il existe un marché de biomasse à partir duquel les dépôts peuvent acheter de la biomasse afin de satisfaire leurs besoins (niveau d'approvisionnement de biomasse), mais à un prix très supérieur à celui des agriculteurs ;
- Il existe un marché de nourriture de porcs avec suffisamment d'offre et de demande ;
- Il existe un marché de vente de sucre cellulosique avec suffisamment d'offre et de demande ;
- Les marchés de sucre cellulosique et de coproduit possèdent deux valeurs de prix : un prix de vente et un prix d'achat du produit ;
- Les frais de transport ne sont pas à la charge des dépôts, étant donné que la variable de décision du leader est la localisation des dépôts ;
- Le coût de collecte de la biomasse par les agriculteurs est négligeable par rapport au coût de transport.

Le défi lors de la conception est lié au fait que le leader (soit l'entreprise de gestion des dépôts) devrait déterminer ses décisions d'une manière judicieuse. Lorsque le leader propose un prix d'achat de biomasse aux agriculteurs, celui-ci doit être à la fois suffisamment grand (pour inciter les agriculteurs à vendre le maximum de leur biomasse en leur garantissant un profit) et suffisamment petit pour que le leader maximise son profit. Lorsqu'il propose un prix de vente de sucre cellulosique ou de coproduit, ce prix doit être suffisamment grand pour maximiser son profit et suffisamment petit pour que les bioraffineries et les fermes d'élevage porcin puissent s'approvisionner à un prix inférieur à celui du marché (ainsi les suiveurs pourront réaliser une marge bénéficiaire acceptable). De la même façon, le leader devrait déterminer le reste de ses variables de décision.

#### 4 FORMULATION DU MODELE

Dans cette section, nous présentons la notation et le modèle mathématique intégrant les différents niveaux d'optimisation.

##### 4.1 Notation

Pour les notations, on va les présenter par joueur afin de faciliter la compréhension du modèle mathématique.

##### 4.1.1 Entreprise de gestion des dépôts

###### Ensembles et paramètres :

$J$  : Ensemble des localisations potentielles ;

$c^{sucre}, c^{coproduit}, c^{fixe}$  : Coûts de transformation de la biomasse en sucre cellulosique et en aliment de porc ainsi que le coût d'investissement pour la construction d'un dépôt de capacité de production de sucre d'une tonne ;

$Q_{max}$  : Capacité limite à ne pas dépasser ;

$p_t^{biomarche}$  : prix d'achat de biomasse auprès du marché à l'année  $t$  ;

$p_t^{porc,ask}$  : prix de vente de nourriture des porcs sur le marché à l'année  $t$  ;

$p_t^{porc,bid}$  : prix d'achat de nourriture des porcs de la part du marché à l'année  $t$  ;

$p_t^{sucre,ask}$  : prix de vente de sucre cellulosique sur le marché à l'année  $t$  ;

$p_t^{sucre,bid}$  : prix d'achat de sucre cellulosique de la part du marché à l'année  $t$  ;

$d_{kt}^{sucre}$  : Demande en sucre cellulosique de la bioraffinerie  $k$  à l'année  $t$ .

$\alpha$  : Facteur de transformation du résidu de maïs en sucre cellulosique

$\mu$  : Facteur de transformation du résidu de maïs en lignine et hémicellulose destiné aux fermes d'élevage porcin

###### Variables de décision :

$W_{jt}$  : égal à 1 si le dépôt  $j$  est ouvert à l'année  $t$ , 0 sinon

$W_{jt}^{Sucre}$  : Niveau de production de sucre cellulosique de dépôt  $j$  à l'année  $t$

$W_{jt}^{Porc}$  : Niveau de production d'aliment de porc de dépôt  $j$  à l'année  $t$

$W_{jt}^{Biomasse}$  : Niveau d'approvisionnement de biomasse de dépôt  $j$  à l'année  $t$

$CAP_j$  : Capacité du dépôt  $j$

$P_{jt}^{porc}$  : Prix de vente de la nourriture des porcs de la part du dépôt  $j$  à l'année  $t$

$P_{jt}^{bio}$  : Prix d'achat de la biomasse de la part du dépôt  $j$  à l'année  $t$

$P_{jt}^{sucre}$  : prix de vente de sucre cellulosique fixé par le dépôt  $j$  à l'année  $t$

###### Autres

$C^{excesporc}$  : Profit de vente de l'excès d'aliment de porc sur le marché

$C^{excessucre}$  : Profit de vente de l'excès de sucre cellulosique sur le marché

$C^{biomarche}$  : Cout d'achat de la quantité manquante de biomasse pour satisfaire le niveau d'approvisionnement en biomasse fixé par un dépôt

$R_D$  : Revenu de l'entreprise qui gère les dépôts

BigM : un nombre très grand

##### 4.1.2 Agriculteurs

###### Ensembles et paramètres

$I$  : Ensemble des fermes de biomasse

$c_{tf}^1$  : Cout de transport fixe par unité de biomasse

$c_{tv}^1$  : Cout de transport variable par unité de biomasse et par kilomètre

$d_{ij}$  : Distance entre la ferme de maïs  $i$  et le dépôt  $j$

$r_{it}^{bio}$  : Production en biomasse de la ferme  $i$  à l'année  $t$

$p_{rate}$  : Taux de participation des agriculteurs

###### Variables de décision

$\phi_{ijt}^{bio}$  : Flux de biomasse de la ferme de maïs  $i$  vers le dépôt  $j$  à l'année  $t$

###### Autres

$R_A$  : Revenu des agriculteurs

##### 4.1.3 Fermes d'élevage porcin

###### Ensembles et paramètres

$P$  : Ensembles des fermes d'élevage porcin

$c_{tf}^2$  : Cout de transport fixe par unité d'aliment de porc

$c_{tv}^2$  : Cout de transport variable par unité d'aliment de porc et par kilomètre

$d_{jp}$  : Distance entre le dépôt  $j$  et la ferme d'élevage porcin  $p$

$d_{pt}^{porc}$  : Demande en aliment de porc de la ferme d'élevage porcin  $p$  à l'année  $t$  ;

###### Variables de décision

$\phi_{jpt}^{porc}$  : Flux de nourriture des porcs du dépôt  $j$  vers la ferme d'élevage  $p$  à l'année  $t$

###### Autres

$R_P$  : Revenu des fermes d'élevage porcin

##### 4.1.4 Bioraffineries

###### Ensembles et paramètres

$K$  : Ensemble des bioraffineries

$c_{tf}^3$  : Cout de transport fixe par unité de sucre cellulosique

$c_{tv}^3$  : Cout de transport variable par unité de sucre cellulosique et par kilomètre

$d_{jk}$  : Distance entre le dépôt  $j$  et la bioraffinerie  $k$

###### Variables de décision

$\phi_{jkt}^{sucr}$ : Flux de sucre cellulosique du dépôt j vers la bioraffinerie k à l'année t

#### Autres

$R_B$ : Revenu des bioraffineries

Pour les trois niveaux, T représente l'ensemble de l'horizon temporel.

#### 4.2 Problème d'optimisation de l'entreprise qui gère les dépôts

La fonction objectif de ce joueur est la maximisation du profit de tous les dépôts sur l'ensemble de l'horizon de planification. Le premier terme de l'équation (1) représente le montant de vente de sucre cellulosique aux bioraffineries. Le second terme représente le montant de vente du coproduit aux fermes d'élevage porcin. Le troisième et le quatrième terme représentent respectivement la vente de l'excès des produits sur le marché en cas de satisfaction du besoin des bioraffineries et des fermes d'élevage porcin. Pour les coûts, le leader aura (dans l'ordre) un coût d'achat de la biomasse auprès des agriculteurs de maïs, un coût d'investissement lié à la construction des dépôts, des coûts opérationnels relatifs au fonctionnement des dépôts, et finalement un coût d'achat de biomasse supplémentaire auprès du marché (dans le cas où les agriculteurs ne pourront pas fournir la totalité de la quantité de biomasse fixé comme niveau d'approvisionnement par les dépôts). Les excès des produits des dépôts sont représentées par les équations (2) et (3). L'équation (4) révèle la quantité de biomasse à acheter du marché (à un prix très supérieur à celui en cas d'achat auprès des agriculteurs) afin d'atteindre le niveau d'approvisionnement fixé par les dépôts. Les contraintes pour ce niveau d'optimisation sont présentées par les équations 5-12. La contrainte (5) assure que le niveau de production de sucre dans un dépôt ne doit pas dépasser sa capacité. Les contraintes (6-8) assurent que les activités de vente et d'approvisionnement en biomasse ne soient permises que si le dépôt est ouvert. La contrainte (9) dévoile le fait que la capacité de production de sucre est inférieure à une valeur de capacité maximale. Les contraintes (10) et (11) assurent que le niveau de production du sucre et du co-produit sont déterminés selon le niveau d'approvisionnement de biomasse et ceci à travers deux facteurs de transformation de matière  $\alpha$  et  $\mu$ . La contrainte (12) garantit que toutes variables utilisées à ce niveau sont positives.

$$\max R_D(P_{jt}^{sucr}, P_{jt}^{porc}, P_{jt}^{bio}, W_{jt}, W_{jt}^{Biomasse}, W_{jt}^{Sucr}, W_{jt}^{Porc}, CAP_j)$$

$$= \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} P_{jt}^{sucr} \phi_{jkt}^{sucr} + \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} \sum_{j \in J} P_{jt}^{porc} \phi_{jpt}^{porc} + C^{excesporc} + C^{excessucr} - \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} P_{jt}^{bio} \phi_{ijt}^{bio} - \sum_{j \in J} c^{fixe} CAP_j - \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} c^{coproduit} W_{jt}^{porc} - \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} c^{sucr} W_{jt}^{sucr} - C^{biomarche} \quad (1)$$

$$C^{excesporc} = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} p_t^{porc, bid} (W_{jt}^{porc} - \sum_{p \in P} \phi_{jpt}^{porc}) \quad (2)$$

$$C^{excessucr} = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} p_t^{sucr, bid} \left( W_{jt}^{sucr} - \sum_{k \in K} \phi_{jkt}^{sucr} \right) \quad (3)$$

$$C^{biomarche} = \sum_{t \in T} p_t^{biomarche} \left( \sum_{j \in J} W_{jt}^{Biomasse} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \phi_{ijt}^{bio} \right)$$

$$W_{jt}^{sucr} \leq CAP_j, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{p \in P} \phi_{jpt}^{porc} \leq bigM * W_{jt}, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (6)$$

$$\sum_{k \in K} \phi_{jkt}^{sucr} \leq bigM * W_{jt}, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (7)$$

$$W_{jt}^{Biomasse} \leq BigM * W_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (8)$$

$$CAP_j \leq Qmax * W_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (9)$$

$$W_{jt}^{sucr} = \alpha * W_{jt}^{Biomasse}, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (10)$$

$$W_{jt}^{porc} = \mu * W_{jt}^{Biomasse}, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (11)$$

$$W_{jt}^{sucr}, W_{jt}^{porc}, W_{jt}^{Biomasse}, P_{jt}^{bio}, P_{jt}^{sucr}, P_{jt}^{porc}, CAP_j \geq 0 \quad (12)$$

#### 4.3 Problème d'optimisation des agriculteurs

La fonction objectif pour chaque agriculteur est de maximiser son profit. Cette fonction est présentée dans l'équation (13) dont le profit d'un agriculteur est la différence entre le montant de vente de la biomasse et le cout de transport de la biomasse au dépôt. Les contraintes liées à ce joueur sont présentées dans les équations 14-16. La contrainte (14) assure que le flux de biomasse vendu par un agriculteur en une année ne doit pas dépasser la production de biomasse de sa ferme. De plus, le flux de biomasse vendu à un dépôt par tous les agriculteurs en une année ne doit pas dépasser le niveau d'approvisionnement en biomasse de ce dépôt ceci est garanti par la contrainte (15). Comme le cas du premier niveau, on doit s'assurer de la positivité des variables formant ce niveau et ceci est l'objectif de la contrainte (16).

$$\max R_A(\phi_{ijt}^{bio} / \overline{W_{jt}^{Biomasse}}, \overline{P_{jt}^{bio}}, \overline{W_{jt}}) = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (P_{jt}^{bio} - c_{tf}^1 - c_{tv}^1 d_{ij}) \phi_{ijt}^{bio}, \forall i \in I \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J} \phi_{ijt}^{bio} \leq p_{rate} * r_{it}^{bio}, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} \phi_{ijt}^{bio} \leq W_{jt}^{Biomasse}, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (15)$$

$$\phi_{ijt}^{bio} \geq 0 \quad (16)$$

#### 4.4 Problème d'optimisation des bioraffineries

L'objectif des bioraffineries, comme indiqué dans l'équation (17), est de maximiser leur marge bénéficiaire par rapport à l'achat auprès du marché. En d'autres termes, elles essayent de maximiser la différence entre le cout d'achat de sucre cellulosique de la part des dépôts et celui de la part du marché. Les contraintes 18-20 assurent respectivement que le flux de sucre vendu de la part de tous les dépôts à une année ne doit pas dépasser le besoin d'une bioraffinerie en cette matière, le flux de sucre acheté par les bioraffineries en une année de la part d'un dépôt ne doit pas dépasser son niveau de production de cette matière et la positivité de la variable de ce niveau.

$$\max R_B(\phi_{jkt}^{sucr} / \overline{W_{jt}^{Sucr}}, \overline{P_{jt}^{sucr}}, \overline{W_{jt}}) = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (p_t^{sucr, ask} - (P_{jt}^{sucr} + c_{tf}^3 + c_{tv}^3 d_{jk})) \phi_{jkt}^{sucr}, \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J} \phi_{jkt}^{sucr} \leq d_{kt}^{sucr}, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (18)$$

$$\sum_{k \in K} \phi_{jkt}^{sucr} \leq W_{jt}^{Sucr}, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (19)$$

$$\phi_{jkt}^{sucr} \geq 0 \quad (20)$$

#### 4.5 Problème d'optimisation des fermes d'élevage porcin

Comme indiqué dans l'équation (21) et d'une manière similaire aux bioraffineries, les fermes d'élevage porcin cherchent aussi à assurer un maximum de marge bénéficiaire par rapport à l'achat auprès du marché. Les contraintes de ce niveau sont aussi semblables à celles du niveau précédent. En effet, la contrainte (22) assure que le flux d'aliment de porc vendu de la part de tous les dépôts en une année ne doit pas dépasser le besoin de la ferme d'élevage en cette matière. Tandis que, la contrainte (23) garantie que le flux d'aliment de porc acheté par les fermes d'élevage en une année de la part d'un dépôt ne doit pas dépasser son niveau de co-production de cette matière. De même, on doit s'assurer de la positivité des variables utilisées dans ce niveau ce qui est l'objectif de la contrainte (24).

$$\max R_p (\phi_{jpt}^{porc} / \overline{W}_{jt}^{porc}, \overline{P}_{jt}^{porc}, \overline{W}_{jt}) = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (p_t^{porc,ask} - (P_{jt}^{porc} + c_{tf}^2 + c_{tv}^2 d_{jp})) \phi_{jpt}^{porc}, \forall p \in P \quad (21)$$

$$\sum_{j \in J} \phi_{jpt}^{porc} \leq d_{pt}^{porc}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (22)$$

$$\sum_{p \in P} \phi_{jpt}^{porc} \leq W_{jt}^{porc}, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (23)$$

$$\phi_{jpt}^{porc} \geq 0 \quad (24)$$

#### 4.6 Approche de résolution

Selon Sinha et al., [2017], les modèles multiniveaux dont les variables sont mixtes (continues et entières) peuvent être formulés comme un seul niveau, soit via les conditions de KKT, soit par des approches basées sur l'imbrication. Comme les approches par imbrication sont moins adaptées aux problèmes à grande échelle comme le nôtre, nous avons opté pour l'utilisation de l'approche basée sur les conditions KKT. Nous avons remplacé les niveaux d'optimisation des suiveurs dans notre jeu de Stackelberg (qui sont formulés comme des programmes linéaires) par les conditions KKT qui leur sont associés. Ces conditions sont intégrées dans les contraintes du leader pour avoir à la fin un MINLP (Mixed Integer Non Linear Program). Le modèle obtenu est implémenté sur GAMS 42.2.0 utilisant le solveur BARON et appliqué au cas d'étude présenté dans la section suivante.

## 5 CAS D'ETUDE ET RESULTATS

### 5.1 Cas d'étude

Nous avons testé le modèle sur une petite instance de données fournie par une entreprise Québécoise sur un horizon de 3 ans. Tel qu'illustré par (Figure1), cette instance comporte 5 localisations potentielles de dépôts, 6 fermes de maïs, 4 fermes d'élevage porcin et une seule bioraffinerie. Les valeurs associées aux différents paramètres du modèle sont représentées dans les tableaux 1,2 et 3.

Nous avons considéré des valeurs assez grandes pour le prix de vente de biomasse sur le marché et des prix de vente nuls pour le sucre et l'aliment du porc sur les marchés. Ceci garantit qu'il serait plus profitable de faire affaire avec les joueurs suiveurs et qu'avec le marché.

**Tableau 1. : Valeurs de paramètres du cas d'étude**

Paramètre	Valeur	Unité
$p_{rate}$	1	
$\mu$	0.606	
$\alpha$	0.316	
$c^{fixe}$	476.97	\$
$c_{tf}^1$	9.32	\$/Tonne
$c_{tv}^1$	0.26	\$/Tonne.KM
$c_{tf}^2$	22.63	\$/Tonne
$c_{tv}^2$	0.24	\$/Tonne.KM
$c_{tf}^3$	7.56	\$/Tonne
$c_{tv}^3$	0.15	\$/Tonne.KM
$c^{sucre}$	532.606	\$/Tonne
$c^{coproduit}$	32.073	\$/Tonne
$Q_{max}$	10112	Tonnes
Données des marchés (prix fixe le long des trois ans)		
$p_t^{biomarche}$	2000	\$/Tonne
$p_t^{porc,ask}$	100	\$/Tonne
$p_t^{porc,bid}$	0	\$/Tonne
$p_t^{sucre,ask}$	1445.56	\$/Tonne
$p_t^{sucre,bid}$	0	\$/Tonne

**Tableau 2. : Production de biomasse des fermes de maïs**

Ferme de maïs	Production (Tonnes sèches/an)
1	581.3
2	653.7
3	529.8
4	536.8
5	11039.8
6	3570.2

**Tableau 3. : Demande annuelle en produits des dépôts**

Joueur	Demande (Tonne/an)
Bioraffinerie	17340.66
Ferme d'élevage 1	495
Ferme d'élevage 2	1017
Ferme d'élevage 3	2762
Ferme d'élevage 4	2208

La compilation du modèle avec cette instance a permis de trouver 62 solutions au total dont la meilleure présentant un « gap » de 30.73% est décrite dans ce qui suit.

### 5.2 Résultats

La meilleure solution obtenue pour une durée de résolution de 8 heures recommande de construire le dépôt 1 de capacité 2646.192 Tonnes/an et le dépôt 2 de capacité 1970.568 Tonnes/an. La production dans les dépôts se fait à pleine capacité et est achetée en totalité par la bioraffinerie. La production d'aliment de porc pour le dépôt 1 est de 5074.66 Tonnes/an, dont une partie est destinée à satisfaire les demandes des fermes 1 et 4 d'élevage porcin. La production du dépôt 2 en

co-produits est de 3779 Tonne/an, destinée à satisfaire les demandes des fermes 2 et 3 d'élevage porcin.

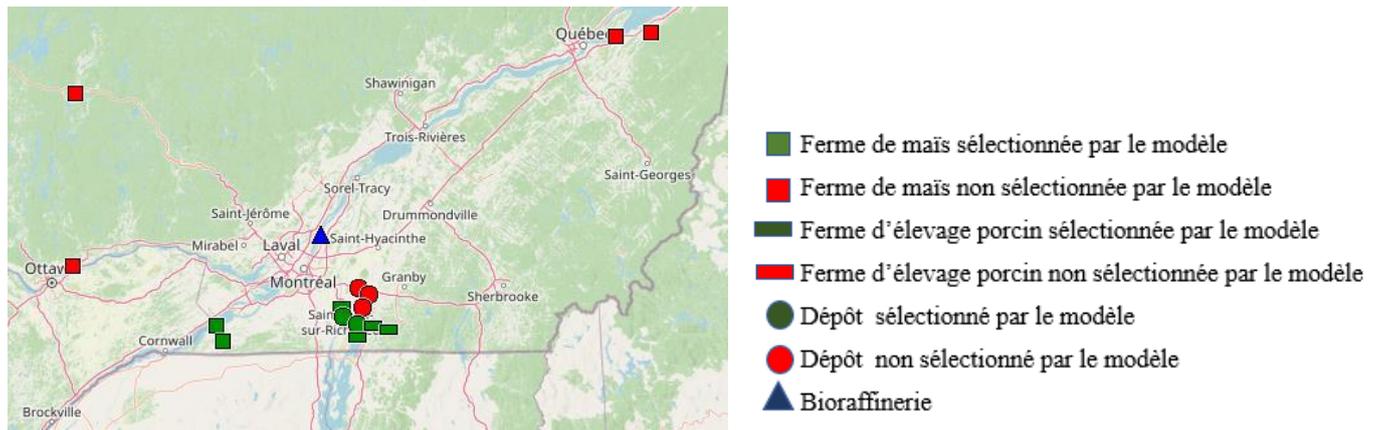


Figure 1. : Etendu du réseau étudié

L'approvisionnement en biomasse se fait auprès des agriculteurs 5 et 6 seulement et s'élève à 8374.026 Tonnes sèches /an pour le dépôt 1 et à 6235.97 Tonnes sèches/an pour le dépôt 2. Le tableau 4 présente l'approvisionnement pour chaque année t associé à chacun des deux dépôts.

Tableau 4. : Flux de biomasse en Tonnes sèches

t	Dépôt 1			Dépôt 2		
	1	2	3	1	2	3
5	7465.16	8374.02	4803.82	3574.63	2665.77	6235.97
6	908.86	0	3570.2	2661.34	3570.2	0

Les revenus de vente annuels de sucre cellulosique s'élèvent à 1427.455 \$/Tonne pour le dépôt 1 et à 1425.94 \$/Tonne pour le dépôt 2. Les revenus de vente annuels d'aliment de porc s'élèvent à 68.010 \$/Tonne pour le dépôt 1 et à 71.658 \$/Tonne. En contrepartie, le dépôt 1 paye 39.61\$ / Tonne de biomasse achetée, alors que le dépôt 2 paye 42.233 \$/Tonne de biomasse achetée. Sur l'horizon de trois années, le profit total de l'entreprise qui gère les dépôts est égal à 8 908 794.87 \$. Le profit annuel des agriculteurs varie entre 0 et 8175.491\$. Le profit annuel des fermes d'élevage porcin varie entre 0 et 17398.02 \$.

Le profit de la bioraffinerie est la marge bénéficiaire entre le fait d'acheter auprès du marché et d'acheter de la part des dépôts. Comme dans cette instance une seule bioraffinerie est considérée, un maximum de profit pour l'entreprise qui gère les dépôts correspond à une vente de sucre cellulosique à un prix égal au prix de marché, ce qui correspond à un profit nul. La non-profitabilité de la bioraffinerie s'explique par le transfert de fonction qui a eu entre cette dernière et l'entreprise qui gère les dépôts. En effet, la bioraffinerie a fait recours à cette entreprise pour qu'elle fasse la collecte de la biomasse. La somme des profits maximaux de tous les joueurs du réseau symbiotique s'élève à 8 934 368.381\$. 99.71% de ce profit est celui de l'entreprise qui gère les dépôts, ce qui était attendu vu que cette entreprise est le leader dans ce jeu de Stackelberg.

## 6 CONCLUSION

Cet article a permis d'élaborer un modèle multiniveaux et multi périodes sous le jeu de Stackelberg et l'équilibre des marchés pris en hypothèses. Ce modèle permet d'avoir une conception de la symbiose industrielle de production du bioéthanol de 2<sup>ème</sup>

génération à partir des résidus de maïs. Les joueurs principaux dans ce jeu sont le leader (soit l'entreprise qui gère des dépôts de traitement de biomasse), les agriculteurs, les fermes d'élevage porcin et les bioraffineries. Les décisions prises par le leader dans ce jeu pousseront les autres joueurs à prendre leurs décisions d'une façon non coopérative. Ce modèle est appliqué à une petite instance inspirée d'un cas d'étude réel dans la région de Québec. Il est à noter que les résultats obtenus ne garantissent pas l'optimalité et que ceux-ci correspondent à la meilleure solution trouvée dans le laps de temps défini comme temps de résolution maximal. Une version étendue de cet article tentera de vérifier la qualité de la solution et d'améliorer le temps de résolution. De plus, le modèle sera testé sur d'autres instances de données et une analyse de sensibilité au changement des prix des marchés sera réalisée. Finalement, étant donné que le modèle élaboré ne permet pas de résoudre un problème à une grande échelle dans un temps raisonnable avec un solveur commercial, l'utilisation d'heuristique serait envisageable dans des travaux futurs.

## 7 REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier particulièrement Pierre-Olivier Lemire et Guillaume Forget pour leur contribution à la définition du problème et au partage des données utilisées dans l'étude de cas. Nous remercions également Prof. Diane Riopel pour le support financier.

## 8 REFERENCES

- ADOMEIT, H. (2016). Germany, the EU, and Russia: The Conflict over Nord Stream 2. *Centre for European Studies Policy Brief*(1), 1-12.
- Babazadeh, R., Razmi, J., Pishvae, M. S., & Rabbani, M. (2017). A sustainable second-generation biodiesel supply chain network design problem under risk. *Omega*, *66*, 258-277.
- Boons, F., Chertow, M., Park, J., Spekkink, W., & Shi, H. (2017). Industrial symbiosis dynamics and the problem of equivalence: Proposal for a comparative framework. *Journal of Industrial Ecology*, *21*(4), 938-952.
- E., M.-A. P., Guillén-Gosálbez, G., Ponce-Ortega, J. M., Castro-Montoya, A. J., Serna-González, M., & Jiménez, L. (2015). Multi-objective optimization of the supply chain of biofuels from residues of the tequila industry in Mexico. *Journal of Cleaner Production*, *108*, 422-441.
- Ghaderi, H., Pishvae, M. S., & Moini, A. (2016). Biomass supply chain network design: an optimization-oriented review and analysis. *Industrial crops and products*, *94*, 972-1000.
- Hall, C. A., Dale, B. E., & Pimentel, D. (2011). Seeking to understand the reasons for different energy return on investment (EROI) estimates for biofuels. *Sustainability*, *3*(12), 2413-2432.
- Haque, M., Paul, S. K., Sarker, R., & Essam, D. (2020). Managing decentralized supply chain using bilevel with Nash game approach. *Journal of Cleaner Production*, *266*, 121865.
- Jahanshahloo, G., Hejazi, S. R., Memariani, A., & Sepehri, M. M. (2002). Linear bilevel programming solution by genetic algorithm. *Comput. Oper. Res.*, *29*, 1913-1925.
- Li, L., Ge, Y., & Xiao, M. (2021). Towards biofuel generation III+: A sustainable industrial symbiosis design of co-producing algal and cellulosic biofuels. *Journal of Cleaner Production*, *306*, 127144.
- Maillé, M., & Frayret, J.-M. (2016). Industrial Waste Reuse and By-product Synergy Optimization. *Journal of Industrial Ecology*, *20*(6), 1284-1294.
- Mottaghi, M., Bairamzadeh, S., & Pishvae, M. S. (2022). A taxonomic review and analysis on biomass supply chain design and planning: New trends, methodologies and applications. *Industrial Crops and Products*, *180*, 114747.
- Mousavi Ahranjani, P., Ghaderi, S. F., Azadeh, A., & Babazadeh, R. (2020). Robust design of a sustainable and resilient bioethanol supply chain under operational and disruption risks. *Clean Technologies and Environmental Policy*, *22*, 119-151.
- Pittard, L., Mathieu, R., & Anandalingam, G. (1994). Genetic algorithm based approach to bi-level. *Oper. Res.*, *28*, 1-21.
- shizuka.Yo, & Aiyoshi, E. (1992). Double penalty method for bilevel optimization problems. *Annals of Operations Research*, *34*, 73-88.
- Sinha, A., Malo, P., & Deb, K. (2017). A review on bilevel optimization: From classical to evolutionary approaches and applications. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *22*(2), 276-295.
- Turken, N., & Geda, A. (2020). Supply chain implications of industrial symbiosis: A review and avenues for future research. *Resources, Conservation and Recycling*, *161*, 104974.
- Turken, N., & Geda, A. (2020). Supply chain implications of industrial symbiosis: A review and avenues for future research. *Resources, Conservation and Recycling*, *161*, 104974.
- Wang, G., Lv, Y., Hu, T., & Wan, Z. (2007). penalty function method based on kuhn-tucker condition. *Appl. Math. Comput.*, *188*, 808-813.
- Yu, Q., Zhu, X., & Wang, X. (2006). A hybrid differential evolution algorithm for solving nonlinear. *Proc. 5th IEEE Int. Conf. Cogn. Inf. (ICCI)*, 126-131.
- Yue, D., & You, F. (2014). Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium. *Computers & Chemical Engineering*, *71*, 347-361.
- Zhang, Y., & Jiang, Y. (2017). Robust optimization on sustainable biodiesel supply chain produced from waste cooking oil under price uncertainty. *Waste Management*, *60*, 329-339.