

CIGI QUALITA MOSIM 2023

Impact des opérations manquantes sur le flow shop avec et sans la contrainte de permutation pour le makespan

Randa Ouchene ^a, Djamel Rebaine^a, Pierre Baptiste^b

^a Département d'informatique et de mathématique ,

Université du Québec à Chicoutimi, Saguenay (Québec), Canada.

randa.ouchene1@uqac.ca (Randa Ouchene), drebaine@uqac.ca (Djamel Rebaine)

^b Département de mathématiques et génie industriel,

École Polytechnique de Montréal, Montréal (Québec), Canada.

pierre.baptiste@polymtl.ca (Pierre Baptiste)

Résumé

Les problèmes de flow shop sont généralement résolus en ne considérant que les ordonnancements de permutation. Cependant, il est connu que les ordonnancements sans la contrainte de permutation peuvent produire des résultats meilleurs pour divers critères, mais nécessitent toutefois des efforts de calculs supplémentaires. Il est important donc de répondre à la question sur la pertinence des ordonnancements sans la contrainte de permutation. Bien que ce problème ne se pose pas pour le flow shop avec la contrainte no-wait, étant donné qu'un ordonnancement réalisable dans ce cas est de permutation, la question devient néanmoins intéressante lorsqu'il s'agit de résoudre ce problème en présence d'opérations manquantes. L'objectif de cette recherche est d'identifier des éléments qui aident à décider l'intérêt de considérer les ordonnancements sans la contrainte de permutation pour un problème de flow shop avec et sans la contrainte de no-wait en présence d'opérations manquantes pour le critère du makespan.

Abstract

The flow shop problem is usually solved under the assumption of restricting the optimal solution is a permutation schedule. However, it has been shown that no-permutation schedules can lead to better results for various criteria, but require additional computational efforts. It is therefore important to answer the question of the relevance of considering schedules without the permutation constraint. Although this problem does not arise for the flow shop with no-wait constraint given that a feasible schedule, in this case, is a permutation, the question becomes nevertheless of interest when it comes to solve this problem in the presence of missing operations. This research aims to identify elements that help to decide when it is judicious to consider no-permutation schedules for a flow shop problem with and without the no-wait constraint in the presence of missing operations with respect to the makespan criterion.

Mots-clés: Flow shop; permutation; opérations manquantes; makespan; no-wait.

Keywords: Flow shop; permutation; missing operations; makespan; no-wait.

1 Introduction

Dans un système flow shop (FSP), un ensemble de tâches doivent être traité sur un ensemble de machines dans un ordre spécifique. Chaque tâche est composée de m opérations. Chaque opération doit être effectuée sur une seule machine, et chaque machine ne peut traiter qu'une seule tâche à la fois. Le flow shop avec le critère du makespan¹ est résoluble

en temps $O(n \log n)$ pour deux machines (Johnson, 1954). Cependant, lorsque le nombre de machines est supérieur à deux, le flow shop devient fortement \mathcal{NP} -difficile Garey, Johnson and Sethi (1976).

Il existe dans la littérature deux grands types de flow shop : le flow shop de permutation (PFSP) et le flow shop sans la contrainte de permutation (NFSP). Dans un NFSP, la séquence d'exécution des tâches peut changer d'une machine à une autre,

1. Le temps écoulé depuis le début de la première tâche jusqu'à l'achèvement de la dernière tâche

ce qui conduit à un élargissement considérable de l'espace des solutions réalisables par rapport au flow shop de permutation, où l'ordre des tâches sur chaque machine est figé. Dans les modèles de type NFSP, un effort de calculs supplémentaire peut être requis pour trouver la solution optimale. En effet, il peut être nécessaire d'explorer un plus grand nombre de combinaisons pour trouver la meilleure séquence d'exécution des tâches. Cependant, cet effort peut améliorer la qualité de la solution optimale. Plusieurs auteurs ont souligné l'intérêt de considérer les ordonnancements sans la contrainte de permutation dans des environnements de flow shop réels. [Pugazhendhi, Thiagarajan, Rajendran and Anantharaman \(2003a\)](#) proposent une heuristique simple pour générer des ordonnancements de NFPS à partir d'un ordonnancement de permutation. Ils ont montré que l'utilisation de cette heuristique permet d'obtenir de meilleures solutions, en utilisant le makespan comme critère principal et le temps d'écoulement total comme critère secondaire. L'étude menée par [Liao, Liao and Tseng \(2006\)](#) a comparé les solutions obtenues pour des ordonnancements avec et sans la contrainte de permutation dans un système flow shop en minimisant deux types de critères : les critères basés sur le temps d'achèvement et ceux basés sur les dates d'échéances. Les auteurs ont mis en évidence que le pourcentage d'amélioration est assez faible pour les critères basés sur le temps d'achèvement, mais il est significatif pour les critères basés sur les dates d'échéances.

Il existe de nombreuses variantes de flow shop, parmi lesquelles celles avec des opérations manquantes (FSMOP). Dans un FSMOP, certaines tâches ne peuvent être effectuées que sur certaines machines. Cela peut se produire dans des situations où certaines tâches n'ont pas besoin d'être traitées sur toutes les machines en raison de leur nature ou de leur configuration. Sous cette hypothèse, [Sridhar and Rajendran \(1993\)](#) proposent un algorithme de recuit simulé (SA) dans le but de minimiser la somme des temps d'exécution pour le flow shop avec des opérations manquantes. [Leisten and Kolbe \(1998\)](#) proposent un assouplissement de la permutation. Ils développent un algorithme qui contient une procédure d'énumération pour générer des permutations partielles. [Sadjadi, Aryanezhaad and Ziaee \(2008\)](#) et [Ramezani, SAIDI and Rahmani \(2011\)](#) présentent quelques modèles de programmation linéaires mixtes en nombres entiers pour FSMOP. [Henneberg and Neufeld \(2016\)](#) ont proposé pour les problèmes FSMOP une version améliorée de l'heuristique de [Pugazhendhi, Thiagarajan, Rajendran and Anantharaman \(2003b\)](#) avec un algorithme de recuit simulé en deux étapes.

Une autre variante de flow largement rencontrée en pratique est le flow shop avec la contrainte no-wait, aucun temps d'attente n'est permis entre les machines. Cela signifie que chaque étape de traitement doit être immédiatement suivie par l'étape suivante pour chaque tâche. Ce problème a attiré l'attention de nombreux chercheurs en raison de sa pertinence pratique. De nombreuses approches exactes ont été proposées pour résoudre ce problème. Nous pourrions citer l'algorithme de Branch and Bound proposé par [Madhushini and Rajendran \(2020\)](#). [Samarghandi and Behroozi \(2017\)](#) considèrent ce problème avec la contrainte sur les dates d'achèvement. Ils proposent à cet effet plusieurs modèles mathématiques (mixte en nombres entiers et quadratique en nombres entiers). Le problème de flow shop avec no-wait étant fortement \mathcal{NP} -difficile, même pour trois machines, de nombreux chercheurs ont proposé des approches heuristiques pour résoudre des instances de moyennes et grandes tailles. Parmi ces approches, nous citons l'approche présentée par [Nailwal, Gupta and Jeet \(2016\)](#) et celle de [Bertolissi \(2000\)](#). D'autres auteurs se sont intéressés aux métaheuristiques. Nous trouvons par exemple les travaux de [Chaudhry and Mahmood \(2012\)](#) qui ont proposé un algorithme génétique, l'algorithme de colonie de fourmis proposé par [Pan, Fatih Tasgetiren and Liang \(2008\)](#) et l'algorithme de recherche coucou, d'inspiration quantique, proposé par [Zhu, Qi, Chen, He, Chen and Zhang \(2018\)](#).

Le problème de flow shop no-wait avec opérations manquantes reste peu étudié. Il est montré NP-difficile au sens fort même pour deux machines ([Sahni and Cho, 1979](#)). [Glass, Gupta and Potts \(1999\)](#) proposent et analysent des heuristiques pour le problème de flow shop no-wait à deux machines auxquelles certaines tâches ne nécessitent le traitement que sur la première machine. Ils ont proposé deux heuristiques : une heuristique simple qui consiste à ajouter des opérations fictives avec des temps de traitement nuls, et une heuristique à deux phases, appelée GGL, qui consiste à résoudre le sous-problème pour les tâches sans opérations manquantes et à insérer les tâches restantes dans l'ordonnancement. Ces heuristiques ont un temps de calcul de $O(n \log n)$ et un rapport de performance de 2 dans le pire des cas pour la première et $\frac{4}{3}$ pour la seconde.

Le flow shop est traditionnellement associé à la production manufacturière, mais il peut également modéliser des applications de services tels que celle liée aux hôpitaux et les cliniques médicales. Dans ces applications, les patients peuvent suivre un ordre fixe de traitement, allant de l'admission à la consultation, examens, traitements, etc. Cependant, étant

donné que les patients sont aiguillés vers différents départements en fonction de leur état de santé et de leurs besoins, ils peuvent sauter certaines de ces étapes, ce qui peut poser un problème de flow shop avec des opérations manquantes. Dans une telle situation, la notion de permutation prend une dimension plus psychologique, car lorsque ici les jobs représentent des personnes, il faut tenir compte de leur psychologie, notamment le sentiment de justice et le désir de ne pas être doublés lorsqu'ils sont transférés d'un service à un autre. Afin de maximiser la satisfaction des clients, tout en optimisant l'utilisation des ressources dans un tel problème, la contrainte de no-wait est imposée et le makespan est minimisé. La minimisation du makespan favorise la gestion des ressources, tandis que la contrainte de no-wait favorise la satisfaction des clients. Cette modélisation permet de trouver un équilibre entre les deux afin de répondre aux besoins des deux parties.

Dans cet article, nous nous intéressons à la pertinence de considérer des ordonnancements, sans la contrainte de permutation, pour résoudre un problème de flow shop. Pour ce faire, nous déterminons dans ce qui suit, des indicateurs pour décider l'avantage à utiliser ces ordonnancements, avec ou sans la contrainte de no-wait, par rapport au critère du makespan.

Dans ce qui suit, nous identifions quelques indicateurs répondant à cette question dans le cas d'opérations manquantes. Ensuite, à la Section 3, nous étendons cette étude d'indicateurs à un contexte sans la contrainte de no-wait. Une conclusion est présentée à la Section 4.

2 Flow shop avec la contrainte de no-wait

Dans le cas classique d'un flow shop avec la contrainte de no-wait, seuls les ordonnancements de permutation sont pris en compte. Cependant, en présence d'opérations manquantes, cette restriction n'est pas toujours justifiée. Cela est illustré par la Figure 1, où la solution optimale a été obtenue en planifiant l'opération T_1 avant T_2 sur la première machine, mais en planifiant T_2 avant T_1 sur la troisième machine. Cet exemple illustre bien un cas d'ordonnement sans la contrainte de permutation.

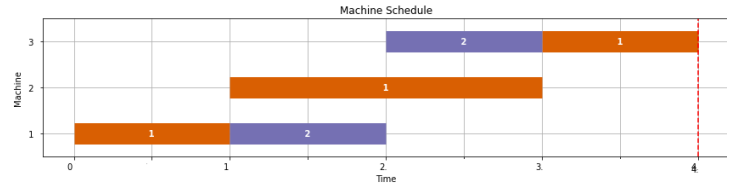


FIGURE 1 – Exemple d'ordonnement sans la contrainte de permutation pour un flow shop avec la contrainte de no-wait

Dans cette section, nous nous focalisons sur l'analyse de quatre indicateurs sur des instances du problème de flow shop avec la contrainte de no-wait en présence d'opérations manquantes, pour déterminer les situations pour lesquelles il est judicieux d'utiliser les ordonnancements sans la contrainte de permutation, par rapport au critère du makespan.

Notations

- $T = \{1, \dots, n\}$ désigne l'ensemble des tâches.
- $M = \{M_1, \dots, M_m\}$ désigne l'ensemble des machines.
- Le temps de traitement de la tâche j sur la machine i est noté p_{ij} .
- L'opération de la tâche j sur la machine i est notée O_{ji} .
- E_j est l'ensemble des machines telles que pour $i \in E_j$ on a $p_{ij} \neq 0$.
- $E_{i,j}$ est un ensemble contenant tous les couples de machines (M_h, M_k) tels que $M_h, M_k \in E_i \cap E_j$ et où k est le plus petit entier tel que $M_h, M_k \in E_i \cap E_j$ et $h < k$.

2.1 Description des indicateurs

Cette étude vise à identifier les éléments clés pour prédire l'impact des opérations manquantes pour les ordonnancements avec et sans la contrainte de permutation dans un flow shop no-wait. Il est donc important de prendre en compte le nombre total d'opérations manquantes par rapport au nombre total d'opérations. Ce pourcentage peut être analysé à la fois sur l'axe des tâches et des machines. Nous avons alors choisi de considérer les trois indicateurs suivants :

- L'indicateur $IND_1(I)$ s'intéresse au pourcentage global d'opérations manquantes.
- L'indicateur $IND_2(I)$ s'intéresse à la variabilité dans l'ensemble des tâches du nombre d'opérations manquantes. Il mesure cette variabilité en utilisant l'écart type du nombre d'opérations manquantes dans l'ensemble des tâches de l'instance I .

- L'indicateur $IND_3(I)$ s'intéresse à la variabilité dans l'ensemble des machines du nombre d'opérations manquantes. Il mesure cette variabilité en utilisant l'écart type du nombre d'opérations manquantes dans l'ensemble des machines de l'instance I .

Au-delà des indicateurs mentionnés précédemment, nous proposons un indicateur supplémentaire basé sur une condition nécessaire pour les paires de tâches qui peuvent potentiellement s'interchanger dans leur ordre d'exécution sur les machines² dans un ordonnancement de flow shop avec la contrainte no-wait et d'opérations manquantes. Cette condition est exprimée dans la proposition suivante :

Proposition 2.1. *Si pour deux tâches i et j , et deux machines $(M_h, M_k) \in E_{i,j}$, la tâche i précède j sur la machine M_h et j précède i sur la machine M_k , alors*

$$p_{h,i} + \sum_{n=h}^k p_{n,j} \leq \sum_{n=h}^{k-1} p_{n,i}.$$

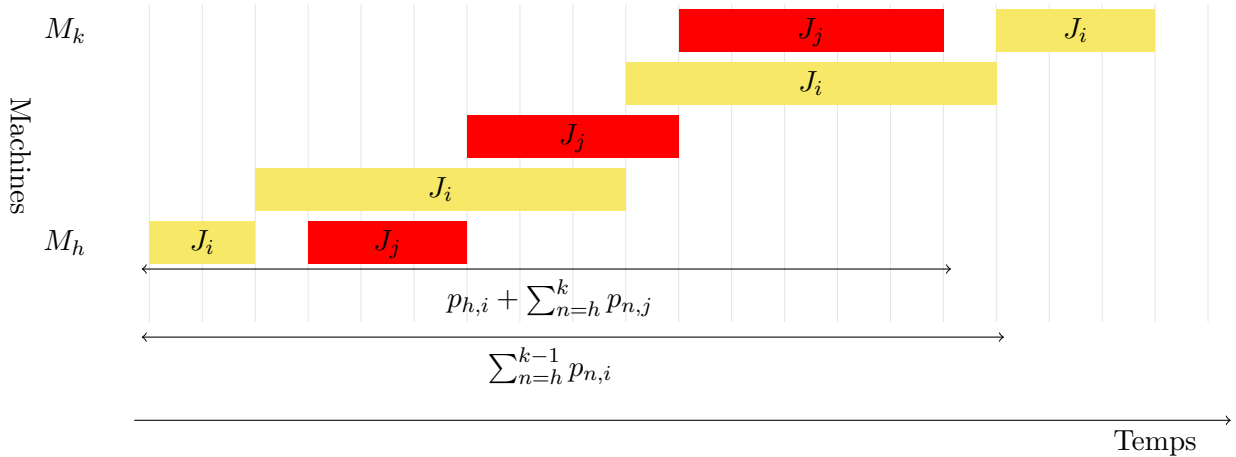


Figure 2 – Représentation de la condition nécessaire sur les paires de tâche.

La Proposition 2.1 exprime une condition nécessaire sur les paires de tâches. Cette condition peut être calculée en utilisant seulement la matrice des temps d'exécution. En parcourant cette matrice, il est possible d'obtenir rapidement pour chaque instance I , le nombre $NB(I)$ qui représente le nombre de couples de tâches qui peuvent potentiellement s'interchanger dans leur ordre d'exécution. À cet effet, nous avons exploité cette information pour décrire notre premier indicateur, noté IND_4 , comme suit :

$$IND_4 = \frac{NB(I)}{A(I)} \times 100,$$

avec $A(I)$ qui représente le nombre total de couples

Démonstration. Soit $T_{h,i}$, $C_{h,i}$ et $T_{h,j}$, $C_{h,j}$ les dates de début et de fin respectivement des tâches i et j dans la machine M_h . Avec la contrainte de no-wait, on a $C_{k,j} = T_{h,j} + \sum_{n=h}^k p_{n,j}$ et $T_{k,i} = T_{h,i} + \sum_{n=h}^{k-1} p_{n,i}$. Nous avons la tâche i précède la tâche j sur la machine M_h ; cela implique $T_{h,i} + p_{h,i} \leq T_{h,j}$. D'autre part, la tâche j précède la tâche i sur la machine M_k . dans ce cas, nous avons

$$C_{k,j} = T_{h,j} + \sum_{n=h}^k p_{n,j} \leq T_{k,i},$$

et

$$T_{h,i} + p_{h,i} + \sum_{n=h}^k p_{n,j} \leq T_{h,i} + \sum_{n=h}^{k-1} p_{n,i}.$$

Par conséquent,

$$p_{h,i} + \sum_{n=h}^k p_{n,j} \leq \sum_{n=h}^{k-1} p_{n,i}.$$

□

de tâches dans l'instance. Pour une instance I avec n tâches, on peut calculer $A(I)$ en utilisant la formule suivante : $A(I) = \frac{n(n-1)}{2}$.

2.2 Tests et discussions

Nous allons maintenant examiner si les 4 indicateurs d'instance peuvent prédire quand il est avantageux d'utiliser des ordonnancements sans la contrainte de permutation pour un problème de flow shop avec la contrainte no-wait en présence d'opérations manquantes. Pour cela, nous avons calculé le pourcentage d'écart de valeurs du makespan obtenus lorsque les tâches sont ordon-

2. On dit qu'une paire de tâches (i, j) s'interchange entre-elles si, sur une machine, la tâche i précède la tâche j et, sur une autre, la tâche j précède la tâche i .

nancées en respectant la contrainte de permutation et lorsqu'elles ne le sont pas, pour 110 instances. Cet écart est noté Ec . Nous utiliserons ensuite ces résultats pour déterminer si les indicateurs d'instance sont significatifs pour ce pourcentage d'écart. Pour notre étude, nous considérons des instances avec un nombre de machines $m = \{5, 10\}$ et de tâches $n \in \{10, 15, 20, 25, 30\}$ avec un pourcentage d'opérations manquantes de 10, 30, 50 et 70. Nous avons choisi de diviser nos données d'écart et d'indicateurs IND_2 , IND_3 et IND_4 en 4 catégories équilibrées. Nous avons utilisé une méthode de regroupement en quatre groupes pour étudier le lien entre l'écart et ces indicateurs. Les 4 catégories des indicateurs sont :

- Catégorie 0: les valeurs de IND_2 , IND_3 et IND_4 sont inférieures ou égales à 13, 9 et 2.5, respectivement.
- Catégorie 1: les valeurs de IND_2 , IND_3 et IND_4 sont comprises entre 13 et 17, 9 et 12, 2.5 et 5, respectivement.
- Catégorie 2: les valeurs de IND_2 , IND_3 et IND_4 sont comprises entre 17 et 20, 12 et 17, 5 et 10, respectivement.
- Catégorie 3: les valeurs de IND_1 sont supérieures à 20,17 et 10, respectivement.

Ainsi, les catégories 0, 1, 2 et 3 désignent une petite, une moyenne, une grande et une très grande valeur d'indicateurs, respectivement.

Dans cette étude, nous avons utilisé les seuils suivants pour catégoriser les données de l'écart Ec :

- Catégorie 0: les valeurs de Ec inférieures ou égales à 0.1
- Catégorie 1: les valeurs de Ec comprises entre 0.1 et 2
- Catégorie 2: les valeurs de Ec comprises entre 2 et 4
- Catégorie 3: les valeurs de Ec supérieures à 4.

Ainsi, les catégories 0, 1, 2 et 3 désignent respectivement une petite, une moyenne, une grande et une très grande valeur d'écart.

Pour visualiser les résultats de notre étude, nous avons utilisé des graphiques à barres (voir Figure 3). Le graphique illustre une relation étroite entre l'indicateur IND_4 et l'écart Ec . Lorsque l'un des deux est élevé, l'autre le sera également en général.

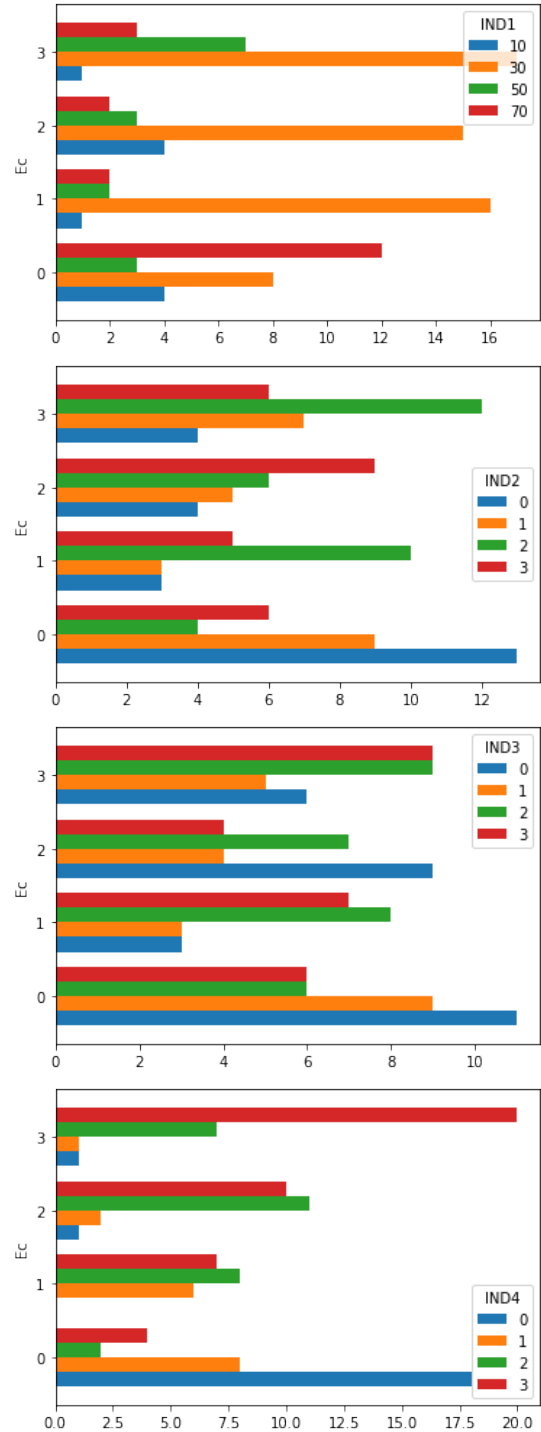


Figure 3 – Graphique à barres pour les catégories de l'indicateur et l'écart.

Après la visualisation des données en utilisant le graphique, une hypothèse pourrait être formulée selon laquelle les indicateurs sont significatifs pour l'écart. Cette hypothèse peut être vérifiée en utilisant des méthodes statistiques comme un test ANOVA (Analyse de la Variance) pour évaluer la significativité de l'effet de l'indicateur sur l'écart ou en utilisant une régression de Spearman pour mesurer la corrélation entre les indicateurs IND_2 , IND_3 et IND_4 avec l'écart Ec . Les résultats de ces tests sont les suivants:

- Le test ANOVA est utilisé pour vérifier si

les quatre indicateurs ont un effet significatif sur l'écart Ec en comparant les moyennes de l'écart pour les différentes catégories d'indicateur. Nous avons posé l'hypothèse nulle selon laquelle il n'y a pas de différence significative entre les moyennes de l'écart pour les différentes catégories de d'indicateur et avons utilisé un seuil de signification de 0.005. Les résultats ont montré que la valeur de p^3 était supérieure à notre seuil de signification pour les indicateurs IND_1 , IND_2 et IND_3 avec respectivement $p = 0.13$, $p = 0.23$ et $p = 0.26$. Elle était inférieure au seuil de signification avec ($p = 3.56e^{-06}$) pour IND_4 . Cela signifie que l'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec , contrairement aux indicateurs IND_1 , IND_2 et IND_3 .

- Le test de Spearman est utilisé pour vérifier si les indicateurs IND_2 , IND_3 et IND_4 sont corrélés à l'écart Ec . L'hypothèse nulle est qu'il n'y a pas de corrélation entre l'écart et l'indicateur, avec un seuil de signification de 0.005. Les résultats ont montré que la valeur de p était supérieure à notre seuil de signification ($p = 0.14$ pour IND_2 et $p = 0.04$ pour IND_3) et le coefficient de corrélation non linéaire était de 0.19 pour IND_2 et de 0.14 pour IND_3 . Cela signifie qu'il n'y a pas de corrélation significative entre ces indicateurs et l'écart Ec .

Pour IND_4 , les résultats ont montré que la valeur de p était inférieure à notre seuil de signification ($p = 8.93e^{-14}$) et le coefficient de corrélation non linéaire était de 0.64. Cela signifie que l'indicateur IND_4 est corrélée à l'écart Ec .

En résumé, nous avons utilisé des tests statistiques pour évaluer l'effet des quatre indicateurs sur l'écart Ec . Les résultats ont montré que : L'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec (test ANOVA, $p = 3.56e^{-06}$), et qu'ils sont corrélés (test de Spearman, $p = 8.93e^{-14}$), contrairement aux indicateurs IND_1 , IND_2 et IND_3 qui n'ont pas d'effet significatif sur l'écart Ec (test de Spearman, $p = 0.14$ pour IND_2 et $p = 0.04$ pour IND_3 , test ANOVA, $p = 0.13$, $p = 0.23$ et $p = 0.26$ pour IND_1 , IND_2 et IND_3). Ces résultats suggèrent que l'indicateur IND_4 pourrait être efficace pour prédire les variations de l'écart Ec . Ceci pourrait nous aider à déterminer quand il est avantageux d'utiliser des ordonnancements sans la contrainte de permutation pour un problème de

flow shop avec la contrainte no-wait en présence d'opérations manquantes.

3 Flow shop sans la contrainte de no-wait

Dans cette section, nous allons utiliser les mêmes instances que précédemment pour étudier l'efficacité de l'indicateur IND_4 lorsque la contrainte de no-wait est relâchée. Nous allons étudier si l'indicateur IND_4 reste efficace pour prédire l'ampleur de l'écart entre les ordonnancements avec et sans la contrainte de permutation dans un problème de flow shop avec des opérations manquantes. Pour cela, nous allons utiliser des tests statistiques similaires à celles utilisées précédemment pour évaluer la relation entre IND_4 et Ec . Les résultats de cette étude pourront nous indiquer si l'indicateur IND_4 est toujours pertinent pour prédire l'écart entre les deux types d'ordonnements dans un contexte plus général.

Les résultats de ces tests sont les suivants:

- Le test ANOVA est utilisé pour vérifier si l'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec , en comparant les moyennes de l'écart pour les différentes catégories de l'indicateur. Nous avons posé l'hypothèse nulle selon laquelle il n'y a pas de différence significative entre les moyennes de l'écart pour les différentes catégories de l'indicateur IND_4 et avons utilisé un seuil de signification de 0.005. Les résultats ont montré que la valeur de p était inférieure à notre seuil de signification ($p = 0.00014$). Cela signifie que l'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec .
- Le test de Spearman est utilisé pour vérifier si l'indicateur IND_4 et l'écart Ec sont corrélés. L'hypothèse nulle est qu'il n'y a pas de corrélation entre ces deux variables, avec un seuil de signification de 0.005. Les résultats ont montré que la valeur de p était inférieure à notre seuil de signification ($p = 0.00024$) et le coefficient de corrélation non linéaire était de 0.34. Cela signifie que la corrélation entre l'indicateur IND_4 et l'écart Ec est faible.

Les résultats des tests statistiques montrent que l'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec lorsque la contrainte de no-wait est relâchée. Cependant, la corrélation entre l'indicateur IND_4 et Ec est faible. Cela signifie qu'il pourrait y avoir d'autres facteurs qui influencent l'écart en plus de

3. p est la probabilité de l'hypothèse nulle

IND_4 . Afin de poursuivre notre analyse, nous allons maintenant diviser nos données en deux ensembles distincts en fonction du nombre de machines. Le premier ensemble regroupe les instances avec un nombre de machines égal à 5, tandis que le deuxième regroupe les instances avec un nombre de machines égal à 10. Nous utiliserons les mêmes tests statistiques que précédemment pour comparer les résultats obtenus et identifier les similarités et différences entre les deux ensembles. Les résultats de ces tests sont les suivants:

- Premier ensemble: L'indicateur IND_4 n'a pas un effet significatif sur l'écart Ec (test ANOVA, $p = 0.80$), et ils ne sont pas corrélés (test de Spearman, $p = 0.28$ et taux de corrélation égale à 0.13).
- Deuxième ensemble: L'indicateur IND_4 a un effet significatif sur l'écart Ec (test ANOVA, $p = 6.55e^{-05}$), et ils sont corrélés (test de Spearman, $p = 1.20e^{-08}$ et taux de corrélation égale à 0.76).

Les tests statistiques montrent que les résultats obtenus pour les deux ensembles sont différents. Ces résultats indiquent que l'indicateur IND_4 pourrait être plus efficace pour des instances avec un plus grand nombre de machines.

4 Conclusion

Cette étude a permis d'identifier quatre indicateurs pour décider quand il est avantageux d'utiliser des ordonnancements avec ou sans la contrainte de permutation pour un problème de flow shop avec et sans la contrainte de no-wait en présence d'opérations manquantes pour le critère du makespan.

Les trois premiers indicateurs s'intéressent au pourcentage et la variabilité des opérations manquantes, tandis que le quatrième indicateur se concentre sur les paires de tâches qui peuvent potentiellement s'interchanger dans leur ordre d'exécution sur les machines.

Les résultats des tests statistiques ont montré que le quatrième indicateur est un outil prometteur pour aider à décider quand utiliser des ordonnancements sans la contrainte de permutation pour des problèmes de flow shop avec opérations manquantes. Ces résultats ouvrent des perspectives pour des recherches futures afin d'étudier la performance de cet indicateur pour d'autres critères réguliers et aussi explorer d'autres indicateurs pertinents pour ce problème.

References

- Bertolissi, E., 2000. Heuristic algorithm for scheduling in the no-wait flow-shop. *Journal of Materials Processing Technology* 107, 459–465.
- Chaudhry, I.A., Mahmood, S., 2012. No-wait flow-shop scheduling using genetic algorithm, in: Proceedings of the World Congress on Engineering, pp. 4–6.
- Garey, M.R., Johnson, D.S., Sethi, R., 1976. The Complexity of Flowshop and Jobshop Scheduling. *Mathematics of Operations Research* 1, 117–129. doi:DOI: 10.1287/moor.1.2.117.
- Glass, C.A., Gupta, J.N., Potts, C.N., 1999. Two-machine no-wait flow shop scheduling with missing operations. *Mathematics of Operations Research* 24, 911–924.
- Henneberg, M., Neufeld, J., 2016. A constructive algorithm and a simulated annealing approach for solving flowshop problems with missing operations. *International Journal of Production Research* 54, 3534–3550.
- Johnson, S.M., 1954. Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included. *Naval research logistics quarterly* 1, 61–68.
- Leisten, R., Kolbe, M., 1998. A note on scheduling jobs with missing operations in permutation flow shops. *International journal of production research* 36, 2627–2630.
- Liao, C.J., Liao, L., Tseng, C., 2006. A performance evaluation of permutation vs. non-permutation schedules in a flowshop. *International Journal of Production Research* 44, 4297–4309.
- Madhushini, N., Rajendran, C., 2020. Branch-and-bound algorithms for scheduling in an m-machine no-wait flowshop. *Sādhanā* 45.
- Nailwal, K., Gupta, D., Jeet, K., 2016. Heuristics for no-wait flow shop scheduling problem 7, 671–680.
- Pan, Q.K., Fatih Tasgetiren, M., Liang, Y.C., 2008. A discrete particle swarm optimization algorithm for the no-wait flowshop scheduling problem. *Computers Operations Research* 35, 2807–2839. Part Special Issue: Bio-inspired Methods in Combinatorial Optimization.
- Pugazhendhi, S., Thiagarajan, S., Rajendran, C., Anantharaman, N., 2003a. Performance enhancement by using non-permutation schedules in flowline-based manufacturing systems. *Computers Industrial Engineering* 44, 133–157.
- Pugazhendhi, S., Thiagarajan, S., Rajendran, C., Anantharaman, N., 2003b. Performance en-

- hancement by using non-permutation schedules in flowline-based manufacturing systems. *Computers & Industrial Engineering* 44, 133–157.
- Ramezani, R., SAIDI, M.M., Rahmani, D., 2011. Flow shop scheduling problem with missing operations: Genetic algorithm and tabu search .
- Sadjadi, S., Aryanezhad, M., Ziaee, M., 2008. The general flowshop scheduling problem: mathematical models. *J. of app. sci* 8, 3032–3037.
- Sahni, S., Cho, Y., 1979. Complexity of scheduling shops with no wait in process. *Mathematics of Operations Research* 4, 448–457.
- Samarghandi, H., Behroozi, M., 2017. On the exact solution of the no-wait flow shop problem with due date constraints. *Comput. Oper. Res.* 81, 141–159.
- Sridhar, J., Rajendran, C., 1993. Scheduling in a cellular manufacturing system: a simulated annealing approach. *International Journal of Production Research*, 31, 2927–2945.
- Zhu, H., Qi, X., Chen, F., He, X., Chen, L., Zhang, Z., 2018. Quantum-inspired cuckoo co-search algorithm for no-wait flow shop scheduling. *Applied Intelligence* 49, 791 – 803.